

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ВЫСТРАИВАНИЯ ПО СПЕКТРУ ЯМР ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ДЕЙТРОНОВ

Ю.Ф.Киселев, С.А.Попов, А.Н.Федоров

Получены практически важные формулы для расчета поляризации и реальной функции формы квадрупольно-уширенных ЯМР-переходов по спектру поляризованных дейtronов с неразрешенной структурой в случае аксиально-симметричного тензора градиентов электрического поля. Разработан метод, позволяющий при больцмановском распределении спинов определить поляризацию и выстраивание, используя только амплитуды трех экстремальных точек спектра ЯМР. Достигнуто хорошее совпадение с результатами расчетов по гораздо более сложным алгоритмам на ЭВМ, при наличии как одинарных, так и двойных квадрупольных связей в молекулах аморфных веществ, наиболее часто используемых в качестве поляризованных мишеней.

Работа выполнена в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ.

A Method for Calculation of Polarization and Alignment by the NMR Spectrum of Polarized Deuterons

Yu.F.Kiselev, S.A.Popov, A.N.Fedorov

Important formulae have been obtained for calculation of the polarization and the line shape function of the quadrupole-broadening transitions by the NMR spectrum of polarized deuterons with a non-resolved structure at the axial-symmetric electric field gradient tensor. A method is developed for determination of polarization and alignment by the amplitudes of three extreme points in an NMR spectrum at the Boltzmann distribution of spins. There is good agreement with the computer calculations by more complicated algorithms involving both single and double quadrupole bonds in molecules of amorphous materials that are most often used as polarized targets.

The investigation has been performed at the Laboratory of Particle Physics, JINR.

Предлагаемый ниже метод расчета поляризации и реальной формы линии квадрупольно-уширенных ЯМР-переходов поляризованной спиновой системы дейtronов создан в процессе работ по оптимизации вещества крупнейшей в мире замороженной поляризованной дейtronной мишени, которые ведутся SMC-коллаборацией CERN. Расчет основывается на аксиальной симметрии тензора градиентов электрического поля в молекулах, теоретической форме линии при квадрупольном

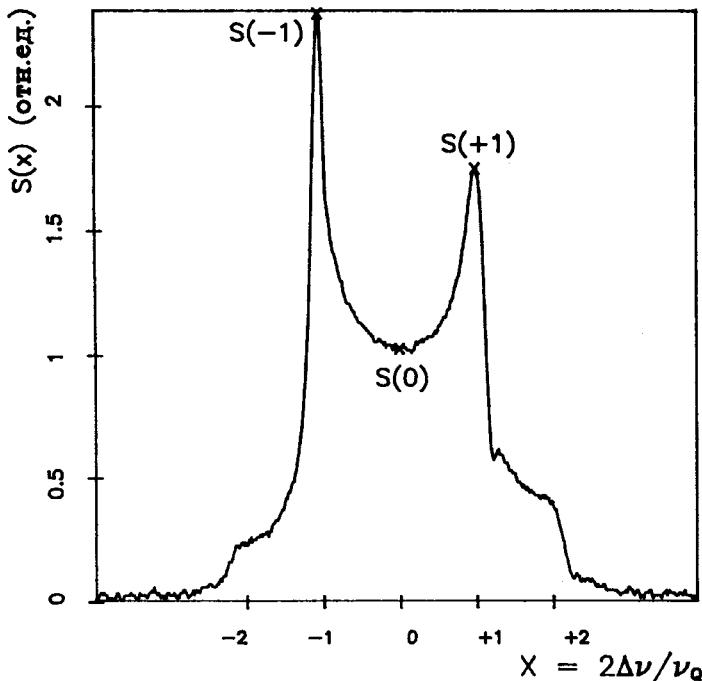


Рис. 1. Спектр ЯМР 1-бутанола D10 с поляризацией 31,1 %.
x – значения экстремальных точек спектра, по которым рас-
считывается R в формуле (9)

взаимодействии для аморфных веществ и экспериментальном спектре ЯМР. Результаты работы могут быть использованы при изучении электронной структуры молекул.

Спектр ЯМР дейtronов ($I = 1$) состоит из двух пиков (рис.1), соответствующих двум взаимно перекрывающимся переходам $m = +1 \leftrightarrow m = 0$ и $m = 0 \leftrightarrow m = -1$, где $m = \langle I_z \rangle$. Отношение соответствующих интенсивностей $I_+ / I_- = R$ этих переходов, при наличии Больцмановского распределения в спиновой системе, полностью определяет заселенности p_{+0-} подуровней и, следовательно, главные параметры поляризованной мишени – поляризацию (p_z) и выстраивание (p_{zz}):

$$R = \frac{p_+ - p_0}{p_0 - p_-} = \frac{p_+}{p_0} = \frac{p_0}{p_-} = \exp \left[\frac{\hbar \nu}{kT_s} \right], \quad p_+ + p_- + p_0 = 1, \quad (1)$$

$$p_z = p_+ - p_- = \frac{R^2 - 1}{R^2 + R + 1}, \quad p_{zz} = 1 - 3p_0 = \frac{R^2 - 2R + 1}{R^2 + R + 1},$$

где h и k - постоянные Планка и Больцмана, ν_d - ларморовская частота дейtronов, T_s - температура дейtronной спиновой системы. Обозначим частотное распределение интенсивности переходов $m = +1 \leftrightarrow m = 0$ и $m = 0 \leftrightarrow m = -1$ как $J^+(x)$ и $J^-(x)$ соответственно, где $x = 2\Delta\nu/\nu_Q$ - нормированный сдвиг частоты относительно ларморовской частоты дейtronов^{1/1}:

$$\nu = \nu_D + \frac{1}{2} \nu_Q x, \quad (2)$$

где $\nu_Q = 3eQV_{ZZ}/(2h)$, eQ и V_{ZZ} - квадрупольный момент дейtronов и градиент электрического поля вдоль главной оси тензора градиентов соответственно. Задача заключается в определении функций J^+ , J^- и отношения их интегральных интенсивностей (R) по экспериментальному спектру ЯМР дейtronов $S(x) = J^+(x) + J^-(x)$ в случае, когда функции $J^\pm(x)$ перекрываются по частоте. Введем вспомогательные - симметричную $C(x)$ и антисимметричную $A(x)$ функции, определяемые как

$$C(x) = \frac{1}{2}[S(x) + S(-x)], \quad A(x) = \frac{1}{2}[S(x) - S(-x)]. \quad (3)$$

Из условия аксиальной симметрии тензора градиентов электрического поля следует симметрия спектра ЯМР относительно оси, проведенной через ν_d , которая определяет связь между функциями $J^+(x)$ и $J^-(x)$:

$$J^+(x)/J^-(x) = R. \quad (4)$$

Используя соотношения (3)-(4), нетрудно получить общие выражения для функций $J^\pm(x)$, справедливые не только при наличии квадрупольного, но также и диполь-дипольного уширения спектра ЯМР:

$$\begin{aligned} J^+(x) &= \frac{R}{R^2 - 1} [(R + 1)A(x) + (R - 1)C(x)], \\ J^-(x) &= \frac{1}{R^2 - 1} [(R - 1)C(x) - (R + 1)A(x)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Единственной неизвестной величиной в (5) является параметр R , для определения которого необходимо привлечь дополнительную информацию о функциях $J^\pm(x)$. В работе^{1/2} для этой цели используется достаточно общее и теоретически обоснованное предположение о том, что функции $J^+(x = -1)$ и $J^-(x = +1)$ являются «гладкими» кривыми в максимумах функций $J^-(x = -1)$ и $J^+(x = +1)$ соответ-

ственno. В качестве модельной кривой выбирается полином третьей степени, и параметр R рассчитывается по минимуму среднеквадратичного отклонения функций $J^\pm(x)$ от этой модельной кривой.

Более детальные теоретические представления о функциях J^\pm , учитывающие диполь-дипольное уширение спектра, используются в работах^{/1,3/}. Здесь R определяется путем подгонки теоретической формы линии ЯМР под экспериментальную кривую. Этот метод полезен при определении параметра асимметрии тензора градиентов электрического поля, однако при расчете поляризации и выстраивания использует дополнительные параметры, характеризующие диполь-дипольные взаимодействия спинов.

В работе^{/4/} для определения R используется формула (4) при $x = \pm 2$, т.е. значения спектра ЯМР на боковых крыльях. Следуя этим путем, можно получить лишь приближенную оценку R , так как в наиболее перспективных веществах поляризованных мишеней присутствуют двойные квадрупольные связи, искажающие форму боковых крыльев сигнала ЯМР.

В предлагаемом ниже методе R вычисляется (формула (9)) по значениям трех экстремальных точек спектра ЯМР дейtronов и затем, с целью уменьшения статистических погрешностей, уточняется по минимуму среднеквадратичного отклонения от модельной кривой.

Предположим, что вклад диполь-дипольных взаимодействий в значения теоретических функций^{/5/} $J_T^\pm(x)$, описывающих форму линии квадрупольных переходов в аморфных веществах:

$$J_T^+(x) = B(-x + 1)^{-1/2}, \quad -2 < x < 1, \quad (6)$$

$$J_T^-(x) = \frac{B}{R}(x + 1)^{-1/2}, \quad -1 < x < 2,$$

где B - нормировочная константа, пренебрежимо мал в точках, далеких от полюса этих функций. Тогда значение B легко определить по экспериментальному спектру при $x = 0$. Так как $A(0) = 0$, то имеем $C(0) = S(0) = J^+(0) + J^-(0)$, следовательно, $B = S(0)R/(R+1)$. Очевидно, далее, что значения экспериментальных функций $J^+(-1)$ и $J^-(+1)$ будут равны

$$J^+(+1) = S(+1) - J_T^-(+1), \quad J^-(-1) = S(-1) - J_T^+(-1). \quad (7)$$

Используя (6) и (7), получаем следующее уравнение для R :

$$R \left[S(-1) - \frac{R}{(R+1)} \frac{S(0)}{2^{1/2}d} \right] = \left[S(+1) - \frac{S(0)}{(R+1)2^{1/2}d} \right], \quad (8)$$

где d - поправочный множитель, учитывающий наличие одинарных или двойных квадрупольных связей в молекулах. В простейшем случае одинарных связей $d = 1$. Уравнение (8) тождественно удовлетворяется при

$$R = \frac{S(+1) - S(0)/(2^{1/2}d)}{S(-1) - S(0)/(2^{1/2}d)}. \quad (9)$$

Уравнения (1), (9) показывают, что для расчета p_Z , p_{ZZ} достаточно знать только амплитуды трех экстремальных точек сигнала ЯМР. Реальная форма линии каждого перехода при наличии диполь-дипольного уширения может быть рассчитана по (5) с использованием R из (9).

Вызывает удивление точность, с которой формула (9) описывает поляризацию спектров, приведенных в работах^[1-3] и рассчитанных по несравненно более сложным алгоритмам. Сказанное относится не только к спектрам с одинарными, но и с двойными связями, а также к спектрам с небольшими параметрами асимметрии тензора градиентов электрического поля. Погрешность при определении поляризации в процентах с использованием графической информации из обсуждаемых работ составляет менее $\pm 3\%$. Более хорошее совпадение с погрешностью $\pm 2\%$ получается при использовании цифровой информации о спектрах 1-2-пропандиола-D6, D8, дейтерированного этандиола. В то же время для последнего вещества спектр (рис.1 из^[6]) дает значительное расхождение с результатами расчетов по нашему методу. По-видимому, указанный спектр не соответствует тепловому равновесию в спиновой системе дейтронов.

Рассчитаем поправку d в формуле (9) на двойные квадрупольные связи. Предположим, что основная часть дейтронов с относительным числом C_1 имеет $\nu_Q = \nu_Q(1)$, остальные дейтроны, соответственно, имеют C_2 и $\nu_Q(2)$, причем $C_2 \leq C_1$, $C_1 + C_2 = 1$. Наличие двойных связей приведет к изменению модельных кривых (6), которые теперь запишутся в виде суммы двух одинарных переходов с весовыми коэффициентами C_1 и C_2 . Нормировочный коэффициент B , выраженный через $S(0)$, в случае двойных связей останется таким же, как и в случае одинарных связей, т.к. центральная частота ν_D для обеих компонент спектра не изменяется. Значения функций $J_T^-(+1)$ и $J_T^+(-1)$ в формулах (7) изменятся, соответственно, на

$$J_{Td}^-(+1) = J_T^-(+1)d^{-1}, \quad J_{Td}^+(-1) = J_T^+(-1)d^{-1}, \quad (10)$$

где

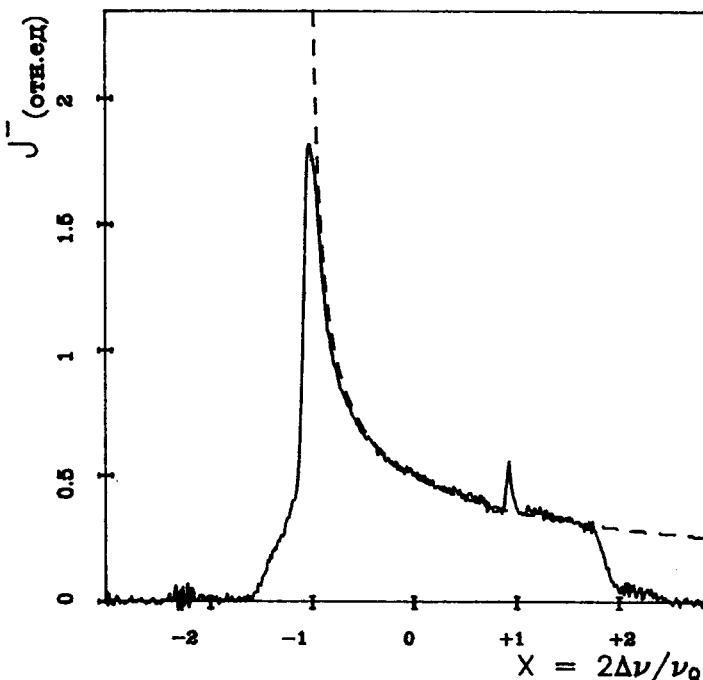


Рис. 2. Форма линии перехода $J^-(x)$ в 1-2-пропандиоле D10, рассчитанная по (5): - - - модельная функция $J_T^-(x)$ (6) при $d = 1$

$$d = [C_1 + 2^{1/2} C_2 (1 + \nu_Q(1)/\nu_Q(2))^{-1/2}]^{-1}. \quad (11)$$

Используя данные работы^{/3/} (см. рис.2,4 этой работы), для 1-2-пропандиола D8 имеем $C_1 = 6/8$ – (CD-связь), $C_2 = 2/8$ – (OD-связь), $\nu_Q(1)/\nu_Q(2) = 166,3/197,9 = 0,84$, $d = 0,989$, а поправка к поляризации составляет всего 0,2% в сторону улучшения согласия с результатами^{/3/}. Следует отметить, что отличное совпадение расчетов по формуле (9) с результатами^{/3/} наблюдается, несмотря на наличие небольшой асимметрии тензора градиентов электрического поля.

Нетрудно видеть, что поправочный коэффициент d в (9) гораздо проще и точнее можно определить без использования формулы (11) методом итераций. Изменяя d в (9) вблизи 1 при неизменных значениях амплитуд экстремальных точек, можно оптимизировать этот параметр по минимуму среднеквадратичного отклонения $J^\pm(x)$ от модельных кривых (6). Таким образом, при определении R отпадает необходимость в знании констант C_1 , C_2 , $\nu_Q(1)$ и $\nu_Q(2)$, а метод расчета R приобретает самостоятельное значение. Расчеты показывают,

что обычно полученная таким образом поляризация менее чем на 1% отличается от значений при $d=1$. На рис.2 показаны модельная и реальная $J^-(x)$ функции формы ЯМР-переходов при квадрупольном и диполь-дипольном уширении в случае 1-2-пропандиола D_8 , рассчитанные по (6) и (5) соответственно ($d=1$).

В заключение отметим практическую важность разработанного метода для экспериментальной физики, использующей поляризованные дейtronные мишени.

Литература

1. Sperisen F. - Nucl. Instr. and Meth. in Ph. Res., 1987, A260, p.455.
2. Kiselev Yu.F. et al. - Nucl. Instr. and Meth., 1984, v.220, p.399.
3. Hamada O. et al. - Nucl. Instr. and Meth., 1981, v.189, p.561.
4. Guckelsberger K., Udo F. - Nucl. Instr. and Meth., 1976, v.137, p.415.
5. Абрагам А. - Ядерный магнетизм. М.: Мир, 1963, гл.7.
6. De Boer W. et al. - Phys. Lett., 1973, v.46A, N2, p.143.

Рукопись поступила 11 ноября 1991 года.